

التمرين الثالث

$$\begin{cases} g(x) = \frac{\tan x - x}{x} ; x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[\\ g(0) = 0 \end{cases}$$

I [1] بين أن $(1 + \tan^2 x)x - \tan x > 0$ $\forall x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

(2) أدرس اتصال g على يمين 0

(3) أدرس تغيرات g ثم ضع جدول تغيراتها

II [II] نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \text{Arc tan}(g(x)) ; x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[\\ f(0) = 0 ; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

1) بين أن $0 \leq \tan x - x \leq x \tan^2 x$ $\forall x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

(2) أدرس اتصال f على يمين 0 وعلى يسار $\frac{\pi}{2}$

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f(x) - \frac{\pi}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$ ثم اثبت أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2} = \frac{\pi}{2}$

(4) أدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

التمرين الرابع

نعتبر الدالة f بحيث: $f(x) = 2x - 3(x+1)^{\frac{2}{3}}$

(1) حدد D مجموعة تعريف f و أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$

(3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة g على يمين -1

(g تمديد بالاتصال ل f على يمين -1)

(4) أحسب الدالة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) بين أن المنحنى C_f يقطع محور الأفاصيل في نقطة

أصولها α ينتمي إلى المجال $]4,5[$

(نأخذ $6^{\frac{2}{3}} < \frac{10}{3}$; $5^{\frac{2}{3}} > \frac{8}{3}$)

(6) أرسم المنحنى C_f

التمرين الأول

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = 2 \arctan \frac{2\sqrt{x}}{x+1}$$

(1) أ- حدد D مجموعة تعريف f و أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(2) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(3) أرسم المنحنى C_f

(4) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1, +\infty[$

أ- بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

ب- عرف الدالة العكسية g^{-1} ثم أرسم منحناها في نفس

(5) بين أن المعادلة $g(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α و أن

$$\alpha \in]1, 2[$$

(6) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ بحيث:

$$U_0 = 1 \text{ و } U_{n+1} = g(U_n) \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

أ- بين أن $g(2) > \frac{\pi}{3}$

ب- بين أن $1 \leq U_n \leq 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ج- بين أن $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4} |U_n - \alpha|$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

د- بين أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين الثاني

A [A] نعتبر الدالة f بحيث: $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3$

(1) أدرس تغيرات الدالة f

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $\left] \frac{5}{2}, 3 \right[$

حلا وحيدا α

B [B] لتكن g الدالة المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{1\}$ بما يلي:

$$g(x) = \frac{x}{x-1} \sqrt[3]{x^2+1}$$

(1) أحسب نهايات الدالة g عند محداث D

(2) أ- بين أن g قابلة للاشتقاق على D

و أن $g'(x) = \frac{f(x)}{3(x-1)^2(x^2+1)^{\frac{2}{3}}}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة g

(3) أرسم المنحنى C_f (نأخذ $g(\alpha) = 3, 2$)

(4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $]-\infty, 1[$

أ- بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} محددًا مجموعة

تعريفها ثم ارسم منحناها في نفس المعلم السابق